

Geometria analitica

- 1 -

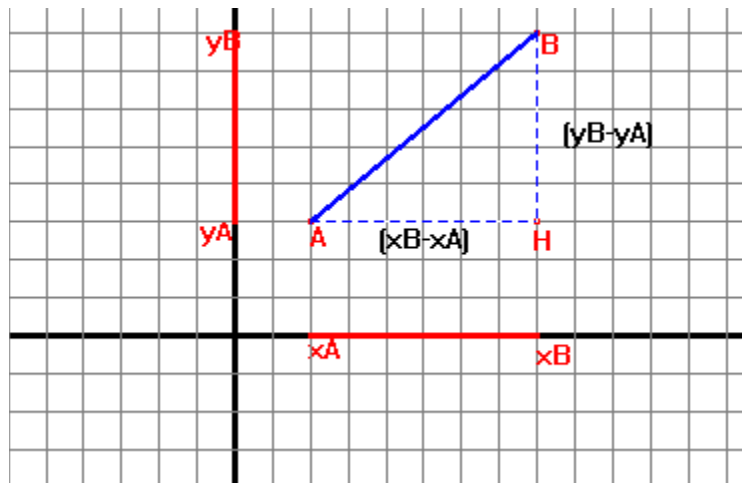
1. DISTANZA FRA DUE PUNTI

$$\begin{aligned} AH &= |x_B - x_A| \\ HB &= |y_B - y_A| \\ AB &= \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \end{aligned}$$

N.B

$$|x_B - x_A| = |x_A - x_B|$$

$$|y_B - y_A| = |y_A - y_B|$$



Esempio

1. Il segmento AB ha gli estremi A(2;3), B(8;8) allora

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{[8 - (2)]^2 + [3 - (8)]^2} = \sqrt{6^2 + (-5)^2} = \sqrt{36 + 25} = \sqrt{61}$$

Casi particolari

- se $x_B = x_A$ la lunghezza di $AB = |y_B - y_A|$ (AB è verticale)
- se $y_C = y_D$ la lunghezza di $CD = |x_C - x_D|$ (CD è orizzontale)

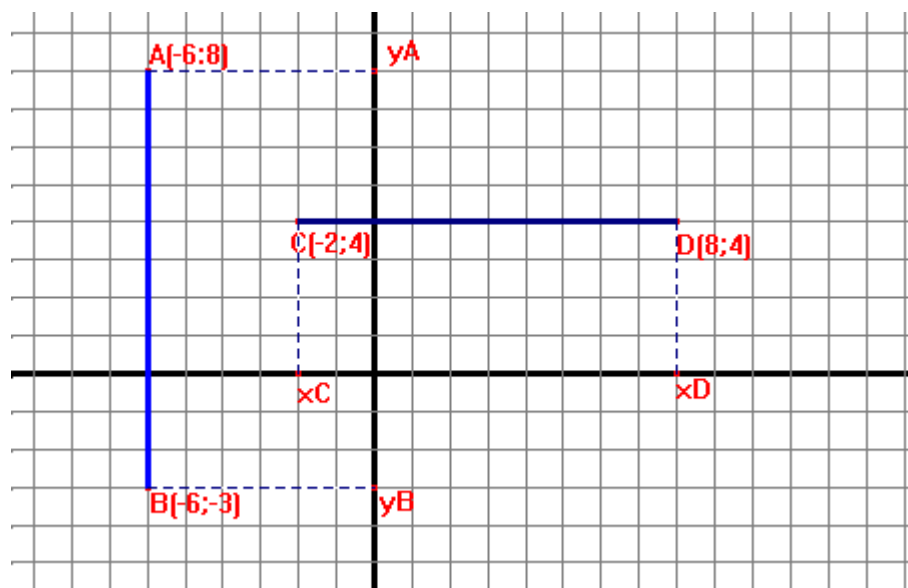
Esempi

2. Il segmento AB ha gli estremi A(-6;8), B(-6;-3) allora, essendo $x_A = x_B = -6$ applichiamo la formula

$$AB = |y_B - y_A| = |8 - (-3)| = |8 + 3| = 11$$

3. Il segmento CD ha gli estremi C(-2;4), D(8;4) allora, essendo $y_C = y_D = 4$ applichiamo la formula

$$CD = |x_C - x_D| = |-2 - (+8)| = |-2 - 8| = 10$$



Geometria analitica

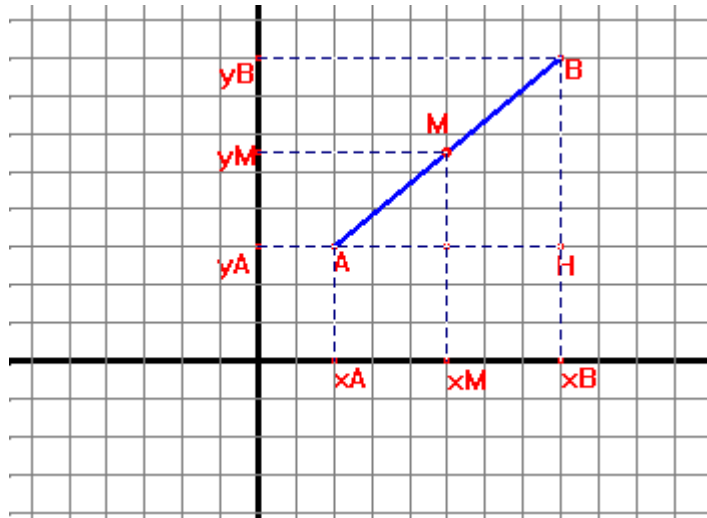
- 2 -

2. COORDINATE DEL PUNTO MEDIO

Per calcolare le coordinate del punto medio di un segmento AB, conoscendo le coordinate di A e B si applicano le seguenti formule:

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2}$$

$$y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$$



Esempi

- Se il segmento AB ha $A(2;3); B(8;8)$

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{2+8}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

$$y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{3+8}{2} = \frac{11}{2} = 5,5$$

- Se il segmento AB ha $A(-4;-3); B(-5;-12)$

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-4+(-5)}{2} = \frac{-4-5}{2} = \frac{-9}{2} = -4,5$$

$$y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-3+(-12)}{2} = \frac{-11-12}{2} = \frac{-23}{2} = -11,5$$

Geometria analitica

- 3 -

3. EQUAZIONE DELLA RETTA

$$y=mx+k$$

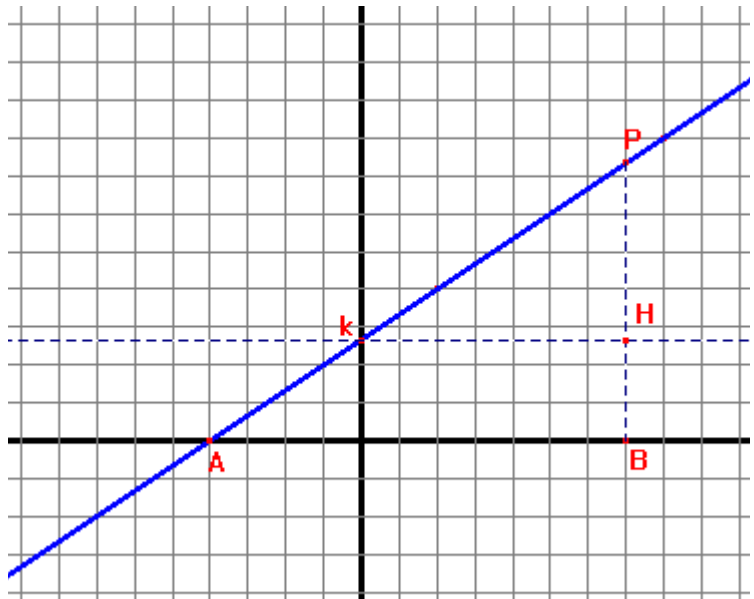
equazione generica della retta

- k , termine noto, corrisponde all'ordinata del punto di intersezione della retta con l'asse y
- m , coefficiente angolare, fornisce l'inclinazione della retta rispetto all'asse x

Osservando la retta sul piano cartesiano: $m = \frac{PH}{HK} = \frac{PB}{AB}$

NB

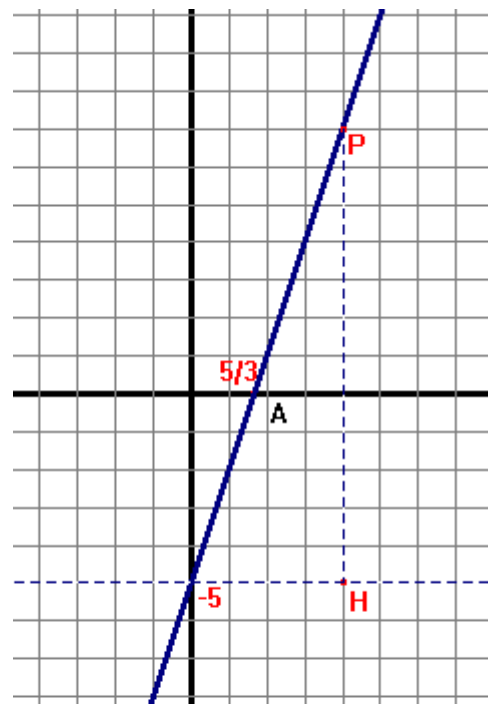
- Il punto A , intersezione della retta con l'asse x , si trova risolvendo l'equazione $mx+k=0$ (il punto A ha ordinata 0).
- Il punto P (punto generico utile per tracciare la retta) si trova assegnando ai segmenti PH , Hk o PB , AB dei valori in modo che $\frac{PH}{Hk} = \frac{PB}{AB} = m$
- Se $m > 0$ la retta si estende dal I al III quadrante, se $m < 0$ la retta si estende dal II al IV quadrante



Esempio

Rappresentare sul piano cartesiano la retta di equazione $y = 3x - 5$

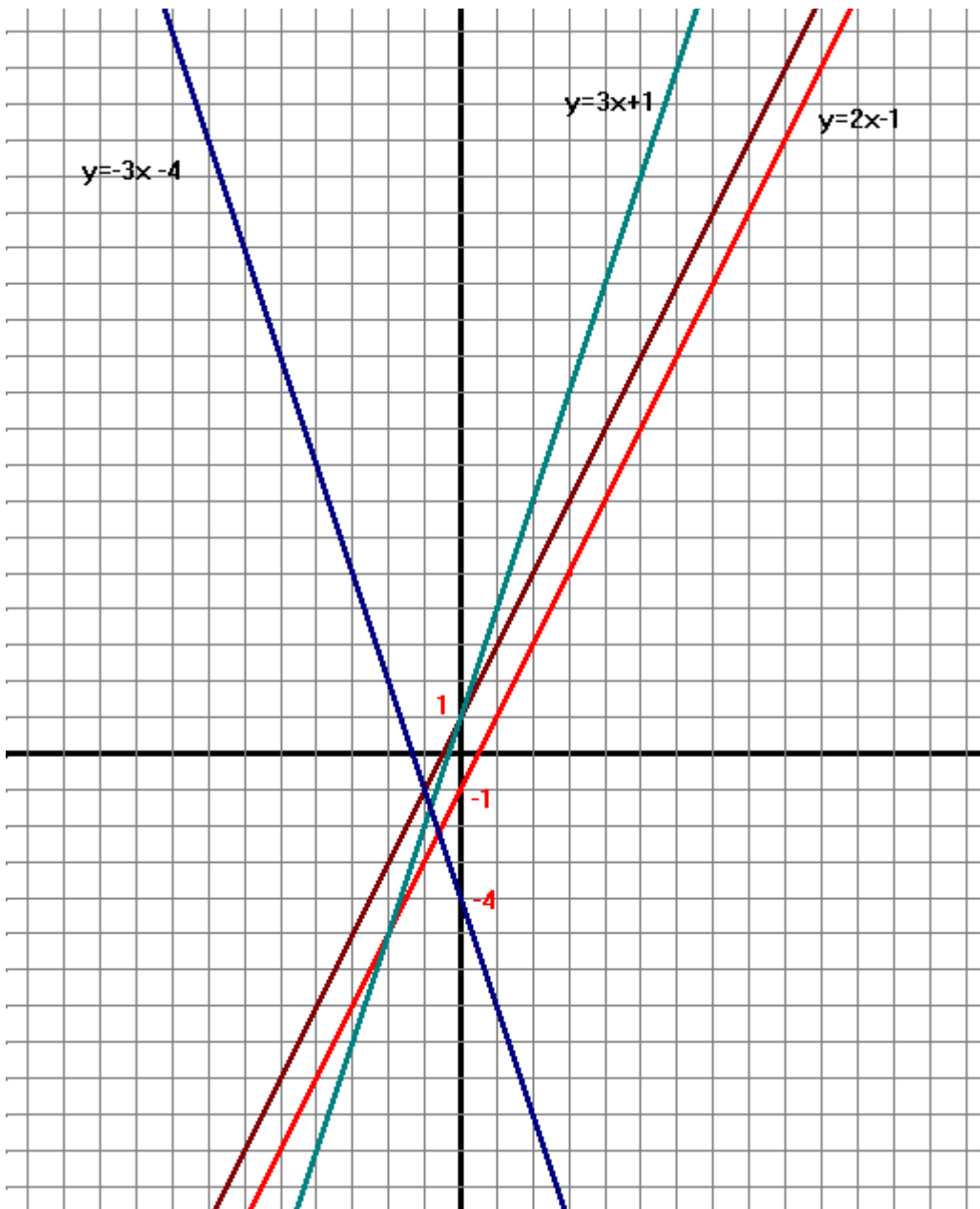
- Individuare $k = -5$
- Individuare A risolvendo l'equazione $3x - 5 = 0$ la cui soluzione è $x = \frac{5}{3}$
- Tracciare la retta passante per $k = -5$ e il punto A
- Nel caso in cui i punti k e A fossero molto vicini, individuare un punto P qualsiasi in modo che $\frac{PH}{Hk} = \frac{3}{1}$



Geometria analitica

- 4 -

Altri esempi serviranno per capire meglio il significato geometrico di m e k .



$y=2x-1$
 $y=2x+1$
 $y=3x+1$
 $y=-3x-4$

Le prime due rette hanno lo stesso coefficiente m , ma k opposto

Le altre due rette hanno m opposto e k discorde

Geometria analitica

- 5 -

4. RETTE PARTICOLARI

Rette passanti per l'origine

se l'equazione $y=mx + k$ ha $k=0$, si può scrivere

$$y= mx$$

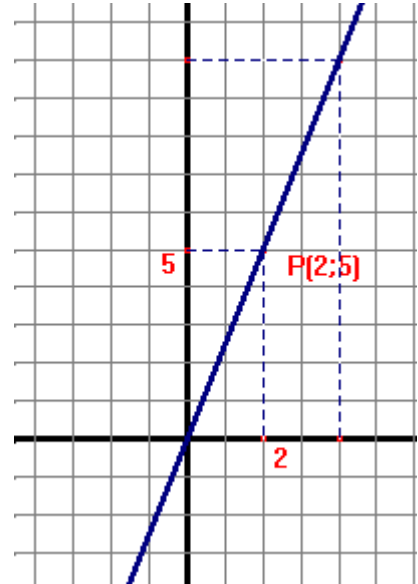
$y=mx$ è l'equazione di una retta passante per l'origine

- se $m>0$ la retta attraversa il I e il III quadrante
- se $m<0$ la retta attraversa il II e il IV quadrante
- se $m=1$ la retta è bisettrice del I e III quadrante
- se $m=-1$ la retta è bisettrice del II e IV quadrante

Rappresentare la retta di equazione

$$y=\frac{5}{2}x$$

- un punto della retta è l'origine
- il punto P ha coordinate (2;5) o loro multipli.

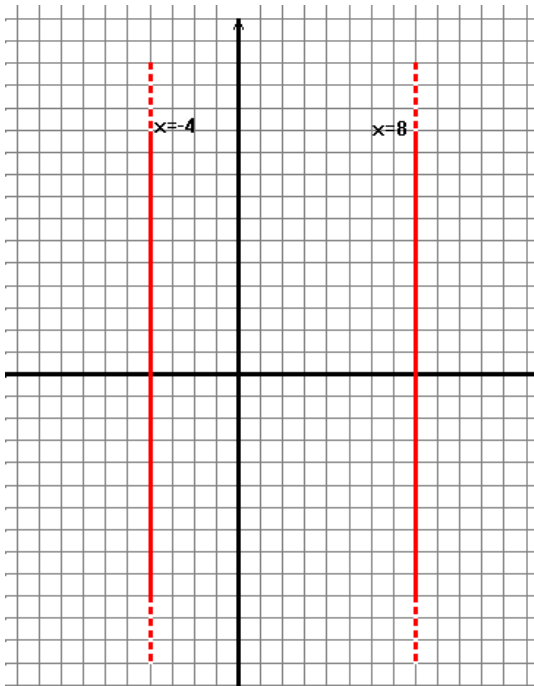
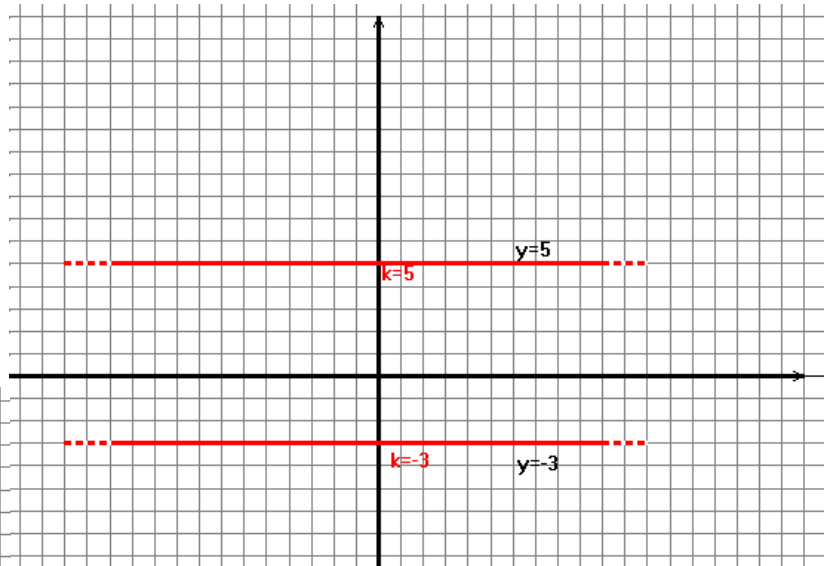


Rette parallele all'asse x

se l'equazione $y=mx + k$ ha $m=0$, si può scrivere

$$y= k$$

$y=k$ è l'equazione di una retta parallela all'asse x, cioè rappresenta l'insieme dei punti aventi la stessa ordinata



Rette parallele all'asse y

se l'equazione $y=mx + k$ ha $y=0$, si può scrivere

$$x=a \quad \left(a=-\frac{k}{m} \right)$$

$x=a$ è l'equazione di una retta parallela all'asse y, cioè rappresenta l'insieme dei punti aventi la stessa ascissa

Geometria analitica

- 6 -

5. RETTE PARALLELE E RETTE PERPENDICOLARI

Due rette sono parallele se $m_1 = m$, cioè i coefficienti angolari sono uguali

Due rette sono perpendicolari se $m_1 = -\frac{1}{m}$, cioè i coefficienti angolari sono reciproci e discordi

Esempi

- le rette di equazioni $y=5x$ e $y=5x-2$ sono parallele perchè $m_1=m=5$
- le rette di equazioni $y=5x$ e $y=-\frac{1}{5}x+3$ sono perpendicolari perchè $m_1=5$ e $m=-\frac{1}{5}$

6. INTERSEZIONE FRA DUE RETTE

Per trovare il punto di intersezione di due rette non parallele

$$y=mx+k$$

$$y=m_1x+k_1$$

si procede nel seguente modo:

- risolvere l'equazione $mx+k=m_1x+k_1$ la cui soluzione è il valore dell'ascissa del punto
- sostituire la soluzione alla x di una delle due equazioni date e calcolare il valore della y .

Esempio

Calcolare le coordinate del punto di intersezione fra le due rette di equazioni

$$y=2x-5$$

$$y=x+7.$$

- risolvere l'equazione $2x-5=x+7$ da cui $x=12$
- sostituire 12 all'equazione $y=2x-5$ da cui si ottiene $y=2(12)-5=19$. Pertanto il punto di intersezione è $P(12; 19)$

