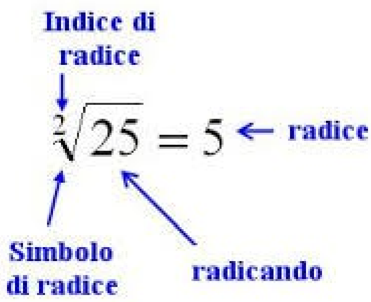
1. OPERAZIONE DI ESTRAZIONE DELLA RADICE DI UN NUMERO

L'estrazione della radice di un numero è una delle due operazioni inverse dell'operazione di elevamento a potenza attraverso la quale si **calcola la base di una potenza conoscendo l'esponente e la potenza**



N.B. Se l'indice è 2 si chiama radice quadrata, se l'indice è 3 si chiama radice cubica

$\sqrt[2]{1}=1$ *perchè* $1^2 = 1$	$\sqrt[3]{1}=1$ *perchè* $1^3 = 1$
$\sqrt[2]{4}=2$ *perchè* $2^2 = 4$	$\sqrt[3]{8}=2$ *perchè* $2^3 = 8$
$\sqrt[2]{9}=3$ *perchè* $3^2 = 9$	$\sqrt[3]{27}=3$ *perchè* $3^3 = 27$
$\sqrt[2]{16}=4$ *perchè* $4^2 = 16$	$\sqrt[3]{64}=4$
$\sqrt[2]{25}=5$	$\sqrt[3]{125}=5$
$\sqrt[2]{36}=6$	$\sqrt[3]{216}=6$
$\sqrt[2]{49}=7$	$\sqrt[3]{343}=7$
$\sqrt[2]{64}=8$	$\sqrt[3]{512}=8$
$\sqrt[2]{81}=9$	$\sqrt[3]{729}=9$
$\sqrt[2]{100}=10$	$\sqrt[3]{1000}=10$
$\sqrt[2]{121}=11$	$\sqrt[3]{1331}=11$

- I numeri 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100 …. sono detti quadrati perfetti
- I numeri 1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512, 729, 1000, …. sono detti cubi perfetti
- La radice quadrata di un quadrato perfetto è sempre un numero intero
- La radice cubica di un cubo perfetto è sempre un numero intero.

ESTRAZIONE DI UNA RADICE

QUADRATI PERFETTI				CUBI PERFETTI	
$1^2=$	1	$21^2=$	441	$1^3=$	1
$2^2=$	4	$22^2=$	484	$2^3=$	8
$3^2=$	9	$23^2=$	529	$3^3=$	27
$4^2=$	16	$24^2=$	576	$4^3=$	64
$5^2=$	25	$25^2=$	625	$5^3=$	125
$6^2=$	36	$26^2=$	676	$6^3=$	216
$7^2=$	49	$27^2=$	729	$7^3=$	343
$8^2=$	64	$28^2=$	784	$8^3=$	512
$9^2=$	81	$29^2=$	841	$9^3=$	729
$10^2=$	100	$30^2=$	900	$10^3=$	1 000
$11^2=$	121	$31^2=$	961	$11^3=$	1 331
$12^2=$	144	$32^2=$	1 024	$12^3=$	1 728
$13^2=$	169	$33^2=$	1 089	$13^3=$	2 197
$14^2=$	196	$34^2=$	1 156	$14^3=$	2 744
$15^2=$	225	$35^2=$	1 225	$15^3=$	3 375
$16^2=$	256	$36^2=$	1 296	$16^3=$	4 096
$17^2=$	289	$37^2=$	1 369	$17^3=$	4 913
$18^2=$	324	$38^2=$	1 444	$18^3=$	5 832
$19^2=$	361	$39^2=$	1 521	$19^3=$	6 859
$20^2=$	400	$40^2=$	1 600	$20^3=$	8 000

CURIOSITA'

1= 1

4= 1+3

9= 1+3+5

16= 1+3+5+7

25= 1+3+5+7+9

36= 1+3+5+7+9+11

49= 1+3+5+7+9+11+13

64= 1+3+5+7+9+11+13+15

81= 1+3+5+7+9+11+13+15+17

2. PROPRIETÀ DELLE RADICI

a) Radice di un prodotto

La radice di un prodotto è uguale al prodotto delle radici dei singoli fattori

$$\sqrt{144x36}=\sqrt{144}\,x\,\sqrt{36}=12\,x\,6=72$$

$$\sqrt{225x49}=\sqrt{225}\,x\,\sqrt{49}=15\,x\,7=105$$

$$\sqrt[3]{125x343}=\sqrt[3]{125}\,x\,\sqrt[3]{343}=5\,x\,7=35$$

$$\sqrt{400x64x121}=\sqrt{400}\,x\,\sqrt{64}\,x\,\sqrt{121}=20\,x\,8\,x\,11=1760$$

È consigliabile applicare questa proprietà

- *quando i fattori sono quadrati o cubi perfetti.*
- *per calcolare la radice di un numero grande*

$$\sqrt{2025}=\sqrt{25x81}=\sqrt{25}\,x\,\sqrt{81}=5x9=45$$

$$\sqrt{8424}=\sqrt{4x9x9x26}=\sqrt{4}\,x\,\sqrt{9}\,x\,\sqrt{9}\,x\,\sqrt{26}=2x3x3x\sqrt{26}=18x\sqrt{26}$$

$$\sqrt[3]{8424}=\sqrt{8x27x3x13}=\sqrt[3]{8}\,x\,\sqrt[3]{27}\,x\,\sqrt[3]{3\,x\,13}=2x3x\,\sqrt[3]{39}=6x\,\sqrt[3]{39}$$

b) Radice di un quoziente

La radice di un quoziente è uguale al quoziente delle radici dei singoli termini

$$\sqrt{144:36}=\sqrt{144}:\sqrt{36}=12:6=2$$

$$\sqrt{441:49}=\sqrt{441}:\sqrt{49}=21:7=3$$

$$\sqrt{1024:64:4}=\sqrt{1024}:\sqrt{64}:\sqrt{4}=32:8:2=2$$

$$\sqrt[3]{512:64:8}=\sqrt[3]{512}:\sqrt[3]{64}:\sqrt[3]{8}=8:4:2=1$$

c) Prodotto di due o più radici

Il prodotto di due o più radici è uguale alla radice del prodotto dei radicandi

$$\sqrt{144}x\sqrt{36}=\sqrt{144\,x\,36}=\sqrt{5184}=72 \qquad \sqrt[3]{125}\,x\,\sqrt[3]{8}=\sqrt[3]{125\,x\,8}=\sqrt[3]{1000}=10$$

È consigliabile applicare questa proprietà

- *quando i radicandi non sono quadrati o cubi perfetti.*

$\sqrt{44}\,x\,\sqrt{11}=\sqrt{44\,x\,11}=\sqrt{484}=21$ $\quad\quad$ $\sqrt[3]{12}\,x\,\sqrt[3]{18}=\sqrt[3]{12\,x\,18}=\sqrt[3]{216}=6$

d) Quoziente di due o più radici

Il quoziente di due o più radici è uguale alla radice del quoziente dei radicandi.

$\sqrt{144}:\sqrt{36}=\sqrt{144:36}=\sqrt{4}=2$

$\sqrt[3]{729}:\sqrt[3]{27}=\sqrt[3]{27}=3$

È consigliabile applicare questa proprietà

- *quando i radicandi non sono quadrati o cubi perfetti.*

$\sqrt[3]{192}:\sqrt[3]{24}=\sqrt{192:24}=\sqrt[3]{8}=2$ $\quad\quad$ $\sqrt{288}:\sqrt{18}=\sqrt{288:18}=\sqrt{16}=4$

e) Radice di radice

La radice di radice è uguale ad una radice che ha come indice il prodotto degli indici.

$\sqrt{\sqrt[3]{46656}}=\sqrt[6]{2^6\,x\,3^6}=2\text{x}3=6$ *Ovvero* $\sqrt{\sqrt[3]{46656}}=\sqrt{36}=6$

f) Radice di una potenza

La radice di una potenza è uguale alla potenza della radice e viceversa.

$\sqrt{5^4}=(\sqrt{5})^4=5^2$ *Si semplifica l'esponente (4) con l'indice (2)*

$\sqrt[3]{4^3}=(\sqrt[3]{4})^3=4$ *Si semplifica l'esponente (3) con l'indice (3)*

g) Portare un numero fuori radice

$\sqrt{3\text{x}25}=5\sqrt{3}$ $\quad\quad$ $25=5^2$ fuori radice quadrata diventa 5

$\sqrt[3]{2\text{x}125}=5\sqrt[3]{2}$ $\quad\quad$ $125=5^3$ fuori radice cubica diventa 5

h) Portare un numero dentro radice

$4=\sqrt{16}$ 4 dentro radice diventa 4² cioè 16

$7\sqrt{2}=\sqrt{7^2 x\, 2}=\sqrt{98}$

$3\sqrt[3]{4}=\sqrt[3]{3^3 x\, 4}=\sqrt[3]{27\, x\, 4}=\sqrt[3]{108}$

3. SOMMA E DIFFERENZA DI RADICI

Ricorda:

$\sqrt{25}+\sqrt{144}\neq\sqrt{25+144}$ infatti $\sqrt{25}+\sqrt{144}=17$ e $\sqrt{25+144}=\sqrt{169}=13$

1. Se i radicandi sono quadrati o cubi perfetti prima di sommare o sottrarre si estraggono le radici.

a) $\sqrt{25}+\sqrt{144}-\sqrt{36}-\sqrt{16}=.$

5 +12 – 6 – 4=7

b) $\sqrt{4^2}+\sqrt[3]{9^3}-\sqrt{3^2}-\sqrt[3]{6^3}=.$

4 +9 – 3 – 6= 4

2. Se i radicandi non sono quadrati o cubi perfetti bisogna fare la somma o la differenza delle radici che hanno lo stesso radicando.

a) $3\sqrt{5}+7\sqrt{5}-2\sqrt{5}-\sqrt{5}=.$

$.=(3+7-2-1)\sqrt{5}=7\sqrt{5}$

b) $13\sqrt{2}+7\sqrt{3}+2\sqrt{2}+6\sqrt{2}+5\sqrt{3}=.$

$.=(7+5)\sqrt{3}+(13+2+6)\sqrt{2}=.$

$.=12\sqrt{3}+21\sqrt{2}$

3. se i radicandi sono scomponibili, ma non sono quadrati o cubi perfetti, bisogna prima portare fuori radice gli eventuali fattori quadrati o cubi perfetti

a) $\sqrt{40}+\sqrt{90}+\sqrt{18}-\sqrt{8}=.$

$\sqrt{4x10}+\sqrt{9x10}+\sqrt{9x2}-\sqrt{4x2}=.$

$.=2\sqrt{10}+3\sqrt{10}+3\sqrt{2}-2\sqrt{2}=5\sqrt{10}+\sqrt{2}$

b) $\sqrt[3]{40}+\sqrt[3]{135}-\sqrt[3]{320}=.$

$\sqrt[3]{8x5}+\sqrt[3]{27x5}-\sqrt[3]{64x5}=.$

$$2\sqrt[3]{5}+3\sqrt[3]{5}-4\sqrt[3]{5}=\sqrt[3]{5}$$

4. FRAZIONE DI DUE RADICI O RADICE DI UNA FRAZIONE

Ricorda:

$$\sqrt{\frac{7}{5}}=\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{5}} \qquad \sqrt{\frac{7}{25}}=\frac{\sqrt{7}}{5} \qquad \sqrt{\frac{49}{5}}=\frac{7}{\sqrt{5}}$$

La divisione di due numeri è possibile solo se il divisore è intero.
Se il divisore è decimale o irrazionale bisogna applicare la proprietà invariantiva in modo da trasformare il divisore in un numero intero.

Se il denominatore è irrazionale, si applica la proprietà invariantiva moltiplicando il denominatore e il numeratore per la radice del denominatore.

$$\sqrt{\frac{5}{2}}=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{5}\,x\,\sqrt{2}}{\sqrt{2}\,x\,\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{10}}{2}$$

$$\frac{3\sqrt{7}}{6\sqrt{3}}=\frac{1}{2}\frac{\sqrt{7}\,x\,\sqrt{3}}{\sqrt{3}\,x\,\sqrt{3}}=\frac{1}{2}\frac{\sqrt{21}}{3}=\frac{\sqrt{21}}{6}$$

$$\frac{\sqrt{72}}{\sqrt{63}}=\frac{6\sqrt{2}}{3\sqrt{7}}=\frac{6\sqrt{2}\,x\,\sqrt{7}}{3\sqrt{7}\,x\,\sqrt{7}}=\frac{2\sqrt{21}}{7}$$

$$\frac{54}{\sqrt{2}}=\frac{54\,x\,\sqrt{2}}{\sqrt{2}\,x\,\sqrt{2}}=54\frac{\sqrt{2}}{2}=27\sqrt{2}$$

$$\frac{3\sqrt{15}}{\sqrt{3}}=\frac{3\sqrt{15}\,x\,\sqrt{3}}{\sqrt{3}\,x\,\sqrt{3}}=\frac{3\sqrt{45}}{3}=\frac{3x3\sqrt{5}}{3}=3\sqrt{5}$$

$$\frac{3\sqrt[3]{15}}{\sqrt[3]{3}}=\frac{3\sqrt[3]{15}\,x\,\sqrt[3]{3^2}}{\sqrt[3]{3}\,x\,\sqrt[3]{3^2}}=\frac{3\sqrt[3]{(3^3\,x\,5)}}{3}=\frac{3x3\sqrt[3]{5}}{3}=3\sqrt[3]{5}$$

Se il denominatore è una radice cubica irrazionale, si moltiplica il denominatore e il numeratore per la radice cubica che razionalizza il denominatore.

1. RADICE DI UN NUMERO DECIMALE

a) Per calcolare la radice quadrata di un numero decimale è necessario che il numero abbia una quantità pari di cifre decimali, aggiungendo se necessario uno zero.

- $\sqrt{3{,}6}=\sqrt{3{,}60}=\frac{\sqrt{360}}{\sqrt{100}}=\frac{6\sqrt{10}}{10}=\frac{3}{5}\sqrt{10}$
- $\sqrt{1{,}664}=\sqrt{1{,}6640}=\frac{\sqrt{16640}}{\sqrt{10000}}=\frac{\sqrt{4x4x4x4x65}}{100}=\frac{16}{100}\sqrt{65}=\frac{4}{25}\sqrt{65}$

- $\sqrt{1,44}=\dfrac{\sqrt{144}}{\sqrt{100}}=\dfrac{12}{10}=1,2$
- $\sqrt{14,4}=\dfrac{\sqrt{1440}}{\sqrt{100}}=12\dfrac{\sqrt{10}}{10}=1,2\sqrt{10}$

b) Per calcolare la radice cubica di un numero decimale è necessario che il numero abbia una quantità di cifre decimali multipla di 3 (3, 6, 9, …. cifre decimali), aggiungendo se necessario uno o due zeri.

$$\sqrt[3]{2,7}=\sqrt{2,700}=\frac{\sqrt[3]{2700}}{\sqrt[3]{1000}}=\frac{3\sqrt[3]{100}}{10}=\frac{3}{10}\sqrt[3]{100}$$

$$\sqrt[3]{2,34}=\sqrt[3]{2,340}=\frac{\sqrt[3]{2340}}{\sqrt[3]{10000}}=\frac{\sqrt[3]{8x27x3x5}}{10}=\frac{2x3}{10}\sqrt[3]{15}=\frac{3}{5}\sqrt[3]{15}$$

c) Per calcolare la radice di un numero periodico bisogna trasformarlo in frazione.

d) Con le tavole

- per calcolare la **radice quadrata** di 3,5 si cerca la radice quadrata di 350 e si sposta la virgola del risultato di un posto a sinistra.
- per calcolare la **radice quadrata** di 1,253 si cerca la radice quadrata di 12530 e si sposta la virgola del risultato di due posti a sinistra.
- per calcolare la **radice quadrata** di 3,15 si cerca la radice quadrata di 315 e si sposta la virgola del risultato di un posto a sinistra.
- per calcolare la **radice cubica** di 3,5 si cerca la radice di 3500 e si sposta la virgola del risultato di un posto a sinistra.
- per calcolare la **radice cubica** di 1,25 si cerca la radice cubica di 1250 e si sposta la virgola del risultato di un posto a sinistra
- per calcolare la **radice cubica** di 1,253 si cerca la radice cubica di 1253 e si sposta la virgola del risultato di un posto a sinistra