

# LE EQUAZIONI

- 1 -

## 1. Equazioni

L'equazione è l'uguaglianza tra due espressioni, di cui almeno una letterale, che è verificata solo per particolari valori attribuiti alle incognite che vi compaiono.

$$2x + 3 = 3x + 2$$

$2x + 3 = 3x + 2$  è vera solo se sostituiamo la  $x$  con 1 (  $1$  è la soluzione dell'equazione data).

$2x + 3$       1° membro

$3x + 2$       2° membro

$2x, 3x$       Termini incogniti

$3, 2$       Termini noti

Numero incognite		Grado	
$2x + 3 = 3x + 2$	Una incognita ( $x$ )	$2x + 3 = 3x + 2$	1° grado
$x^2 = 16$	Una incognita ( $x$ )	$x^2 = 16$	2° grado
$x + y = 18$	Due incognite ( $x, y$ )	$x + y = 18$	1° grado
$x + y + z = 30$	Tre incognite ( $x, y, z$ )	$x + y + z = 30$	1° grado
		$3x^3 + 2x^2 + 2 = 0$	3° grado

## 2. Equazioni di 1° grado

Una equazione di 1° grado ha la **forma normale**  $ax = b$  (  $a \neq 0$  ) di cui la soluzione è  $x = \frac{b}{a}$

Esempi

$$3x = 6$$

$$\sqrt{3}x = 6$$

$$x = \frac{6}{3} = 2$$

$$x = \frac{6}{\sqrt{3}} = 6 \frac{\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$$

### a) Trasformare una equazione in forma normale

data un'equazione qualsiasi tipo  $15x + 3x - 3 = 6x + 3$  per trasformarla nella forma normale è necessario portare al 1° membro tutti i termini incogniti e al 2° membro i termini noti. Quando un termine viene trasportato da un membro all'altro cambia di segno.

$$15x + 3x - 3 = 6x + 3$$

$$15x + 3x - 6x = +3 + 3$$

$$12x = +6$$

$$x = \frac{+6}{+12} = \frac{+1}{2}$$

**b) Equazione determinata**

Una equazione di 1° grado  $ax=b$  ( $a \neq 0$ ) è **determinata** quando ammette una sola soluzione.

**c) Equazione impossibile**

Una equazione di 1° grado  $ax=b$  ( $a=0$  e  $b \neq 0$ ) è **impossibile** quando non ha soluzioni

$$5x - 3 = 5x + 3$$

$$5x - 5x = +3 + 3$$

$$0x = +6$$

$$x = \frac{+6}{0}$$

impossibile

Non esiste un numero che moltiplicato 0 sia uguale 6

**d) Equazione indeterminata**

Una equazione di 1° grado  $ax=b$  ( $a=0$  e  $b=0$ ) è **indeterminata** quando ha infinite soluzioni

$$5x + 3 = 5x + 3$$

$$5x - 5x = +3 - 3$$

$$0x = 0$$

$$x = \frac{0}{0}$$

indeterminata

Qualsiasi numero moltiplicato 0 è uguale 0

**e) Sintesi**

- $ax = b$  con  $a \neq 0$  e  $b \neq 0$   $x = \frac{b}{a}$  determinata
- $ax = 0$  con  $a \neq 0$  e  $b = 0$   $x = \frac{0}{b} = 0$  determinata
- $0x = b$  con  $a = 0$  e  $b \neq 0$   $x = \frac{b}{0}$  impossibile
- $0x = 0$  con  $a = 0$  e  $b = 0$   $x = \frac{0}{0}$  indeterminata

**3. Equazioni di 2° grado****a) equazione pura**

## LE EQUAZIONI

- 3 -

$$ax^2=b \quad x_{1/2}=\pm\sqrt{\frac{b}{a}}$$

$$4x^2=64 \quad x_{1/2}=\pm\sqrt{\frac{64}{4}}=\pm 4$$

### b) equazione spuria

$$ax^2 + bx=0$$

$$x_1=0 \quad x_2=\frac{-b}{a} \quad \text{due soluzioni}$$

$$4x^2 + 2x=0$$

$$x_1=0 \quad x_2=-\frac{2}{4}=-\frac{1}{2}$$

$$4x^2 - 12x=0$$

$$x_1=0 \quad x_2=+\frac{12}{4}=+3$$

### c) equazione completa

$$ax^2 + bx + c=0$$

$$2x^2 + 3x - 5=0$$

questo tipo di equazione non è in programma nella scuola secondaria di 1° grado

## 1. Problemi di 1° grado

a) Il triplo di un numero diminuito di una unità è uguale al doppio di 10. Trova il numero.

$$3x-1=20$$

b) Dodici volte un numero è uguale otto volte il numero aumentato di 96

$$12x=8x+96$$

c) La somma di due numeri consecutivi è 23, trova i due numeri.

$$x+(x+1)=23$$

d) Trova due numeri, in modo che uno superi l'altro di 50 il triplo dell'altro e che la loro somma sia 110.

$$x=y+50 \quad x+y=110 \quad \text{Sostituiamo } y+50 \text{ alla } x \text{ della seconda equazione}$$

$$(y+50)+y=110 \quad \text{in questo modo troviamo } y. \text{ Per trovare } x \text{ facciamo } 110-y$$

e) Il perimetro di un rettangolo è 40 cm e l'altezza è  $\frac{2}{3}$  della base. Trova le dimensioni.

$$h + b=20 \quad h=\frac{2}{3}b$$

$$\frac{2}{3}b + b=20 \quad \frac{5}{3}b=20 \quad b=20\frac{3}{5}=12$$

## LE EQUAZIONI

- 4 -

### f) Risolvere una equazione

$$15x + 3x - 3 = 6x + 3$$

portare al 1° membro tutti i termini incogniti (quelli rossi a sfondo giallo) e al 2° membro i termini noti (quelli neri). Quando un termine viene trasportato da un membro all'altro cambia di segno.

$$15x + 3x - 6x = +3 + 3$$

Sommare tutti i termini incogniti nel 1° membro e sommare tutti i termini noti nel 2° membro.

$$+12x = +6$$

Dividere il termine noto con il coefficiente del termine incognito

$$x = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

### NOTA BENE

1. Se il termine noto è zero e il coefficiente diverso da zero,  $x=0$

$$4x + 5 = 2x + 5$$

$$3x - 2x = 5 - 5$$

$$2x = 0$$

$$x = 0$$

2. Se il coefficiente è zero e il termine noto diverso da zero, l'equazione è impossibile

$$4x + 5 = 4x + 15$$

$$4x - 4x = 15 - 5$$

$$0x = 10 \quad \textbf{impossibile}$$

3. Se il termine noto e il coefficiente son uguali a zero, l'equazione è indeterminata.

$$14x + 5 - 4x = -10 + 10x + 15$$

$$14x - 4x - 10x = 15 - 5 - 10$$

$$0x = 0 \quad \textbf{indeterminata}$$