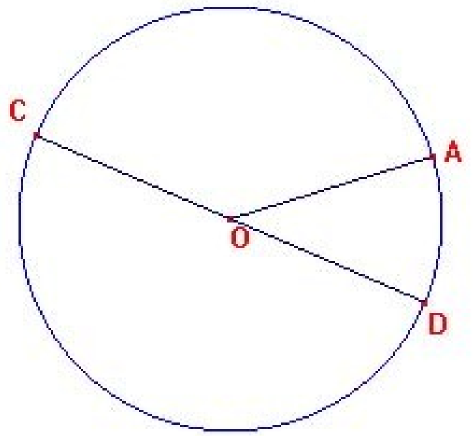
LA CIRCONFERENZA

La circonferenza
Relazione circonferenza e punti sul piano
Relazione circonferenza e rette sul piano
Relazione fra due circonferenze sul piano
La corda

1. LA CIRCONFERENZA

La circonferenza è l'insieme dei punti del piano equidistanti da un punto detto centro. Si dice raggio la distanza del centro da un punto della circonferenza.



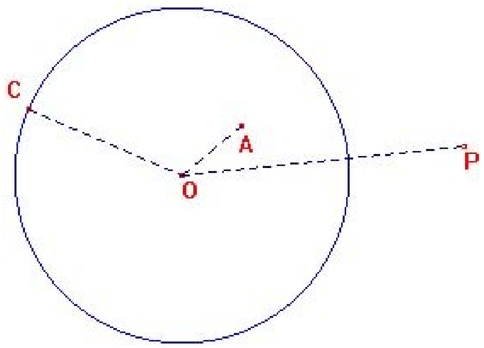
OA= *r* (raggio)
O= centro
CD= *d* (diametro)

Il diametro è la corda passante per il centro: è il doppio del raggio.

2. RELAZIONE CIRCONFERENZA E PUNTI SUL PIANO

Un punto rispetto ad una circonferenza può essere:

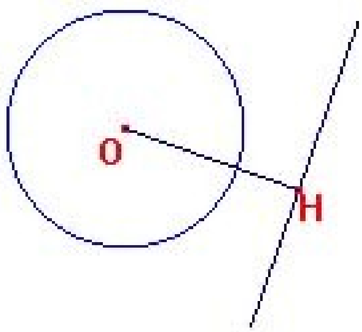
- esterno alla circonferenza se la distanza dal centro è maggiore del raggio
- sulla circonferenza se la distanza dal centro è uguale al raggio
- interno alla circonferenza se la distanza dal centro è minore al raggio



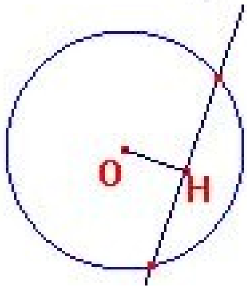
- P *esterno* perchè OP>r
- A *interno* perchè OA<r
- C *appartiene* alla circonferenza perchè OC=r

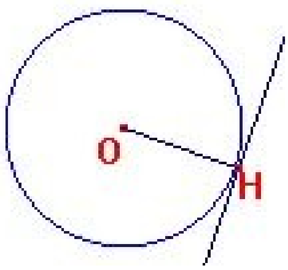
3. RELAZIONE CIRCONFERENZA E RETTA

Una retta rispetto ad una circonferenza può essere:



- *esterna alla circonferenza* se non ha punti in comune con la circonferenza. La distanza retta-circonferenza è maggiore del raggio: OH>r
- *secante* se ha due punti in comune con la circonferenza. La distanza retta-circonferenza è minore del raggio: OH<r
- *tangente* se ha un punto in comune con la circonferenza. La distanza retta-circonferenza è uguale al raggio: OH=r





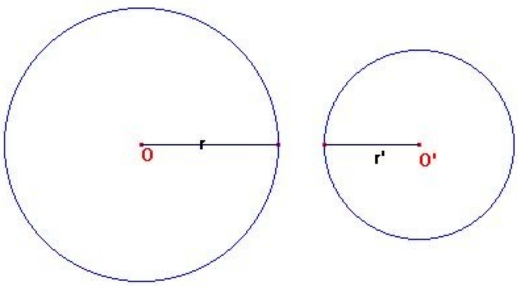
N.B. *Una tangente alla circonferenza è sempre perpendicolare al raggio nel suo punto di tangenza.*

H *è detto* *<u>punto di tangenza</u>*

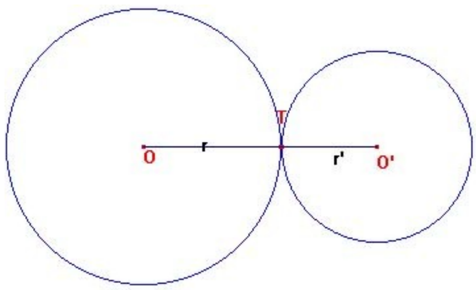
4. RELAZIONE FRA DUE CIRCONFERENZE

Due circonferenze sul piano possono essere:

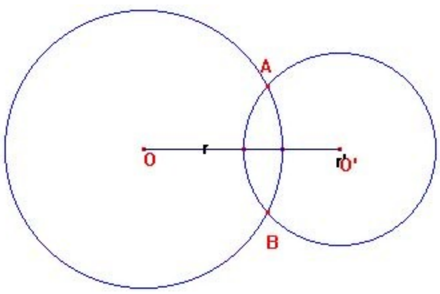
- *Esterne l'una all'altra* se non hanno punti in comune e la distanza fra i centri è maggiore della somma dei raggi (OO'>r+r')
- *Tangenti esternamente* se hanno un punto in comune e la distanza fra i centri è uguale alla somma dei raggi (OO' = r+r')
- *Secanti* se hanno due punti in comune e la distanza fra i centri è maggiore della differenza dei raggi (OO'>r-r')
- *Tangenti internamente* se hanno un punto in comune e la distanza fra i centri è uguale alla differenza dei raggi (OO' = r-r')
- *Interne l'una all'altra* se non hanno punti in comune e la distanza fra i centri è minore della differenza dei raggi (OO' < r-r')
- *concentriche* se hanno il centro in comune.



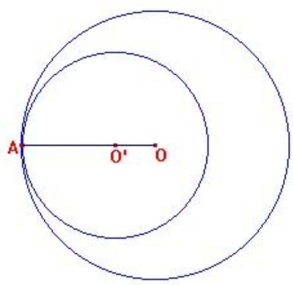
Circonfereze una esterna all'altra



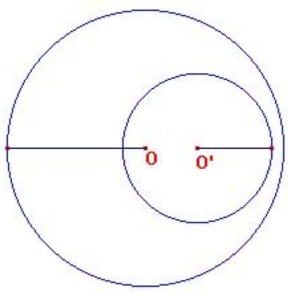
Circonferenze tangenti esternamente



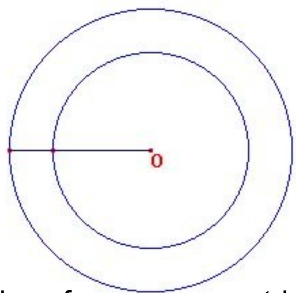
Circonferenze secanti



Circonferenze tangenti internamente



Circonferenze una interna all'altra



Circonferenze concentriche

5. LE CORDE E GLI ARCHI

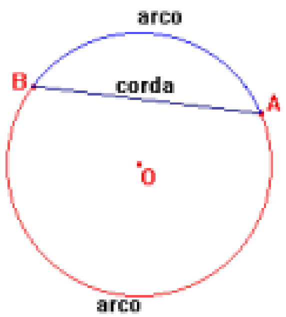
In una circonferenza:

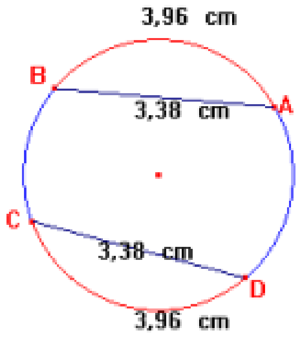
La **corda** è un segmento compreso fra due punti della circonferenza.

L'**arco** è ciascuna delle due parti di circonferenza compresa fra due punti

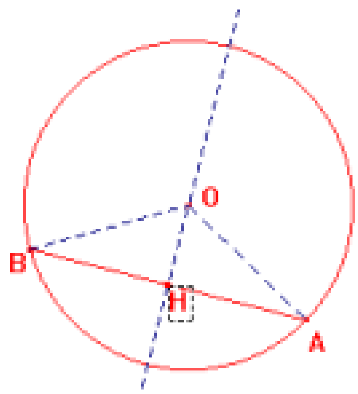
Osservazioni:

- Ogni corda sottende due archi (*si leggono in senso antiorario AB e BA*).
- La misura di un arco è la **lunghezza** o l'**ampiezza** (l'ampiezza è compresa fra 0 e 360°; la lunghezza dell'arco è compresa fra 0 e $2\pi r$)
- La lunghezza di una corda è compresa fra 0 e 2r
- La corda che passa per il centro è detta **diametro**
- l'arco sotteso dal diametro è detto **semicirconferenza**.



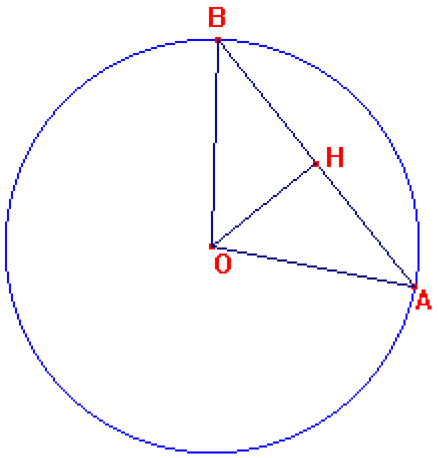


In una stessa circonferenza, corde congruenti sottendono archi congruenti.



- La perpendicolare condotta dal centro di una circonferenza a una sua corda dimezza la corda stessa. La perpendicolare è l'asse della corda.
- Il segmento di perpendicolare compreso fra il centro e la corda è la distanza fra il centro e la corda stessa.
- La distanza corda-centro è compresa fra 0 e r
- Due corde congruenti nella stessa circonferenza hanno distanza dal centro congruente.
- All'aumentare della distanza dal centro diminuisce la lunghezza della corda e viceversa

<u>Problemi relativamente alla corda e alla sua distanza dal centro.</u>



AOB è un triangolo isoscele

AB= corda
OH= distanza
AO= raggio

In una circonferenza una corda con i due raggi nei punti estremi della corda formano un triangolo isoscele. La distanza corda-centro è l'altezza relativa alla base del triangolo.
Se vogliamo calcolare uno dei tre elementi conoscendone due possiamo applicare il teorema di Pitagora:

$$AB=2\sqrt{(AO^2-OH^2)}$$

$$AO=\sqrt{(\frac{1}{4}AB^2+OH^2)}$$

$$OH=\sqrt{(AO^2-\frac{1}{4}AB^2)}$$

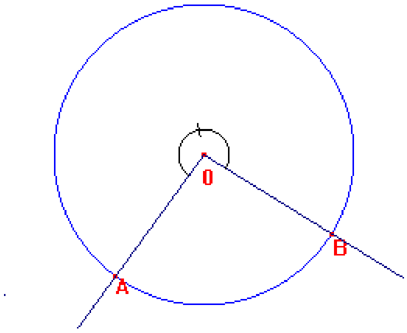
Casi particolari

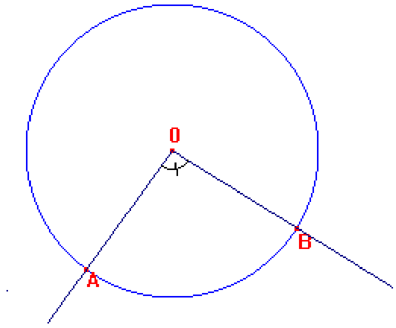
- Se la corda=raggio il triangolo è equilatero quindi $OH=\frac{1}{2}r\sqrt{3}=\frac{1}{2}AB\sqrt{3}$ oppure $r=\frac{2}{\sqrt{3}}OH$
- Se l'arco sotteso dalla corda è 90° il triangolo è rettangolo isoscele e quindi $OH=\frac{1}{2}AB \qquad r=OH\sqrt{2}$

6. ANGOLO AL CENTRO

Si dice angolo al centro un angolo con il vertice al centro della circonferenza. I suoi lati intersecano la circonferenza in due punti che sono gli estremi dell'arco corrispondente.

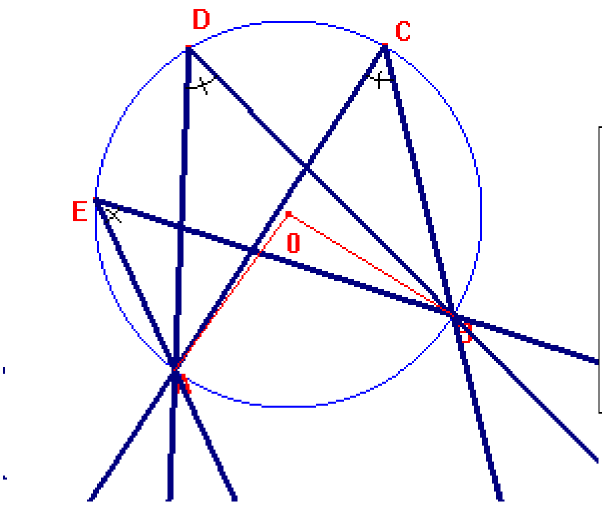
L'angolo convesso BOA insiste sull'arco AB.
L'angolo concavo AOB insiste sull'arco BA





7. ANGOLI ALLA CIRCONFERENZA

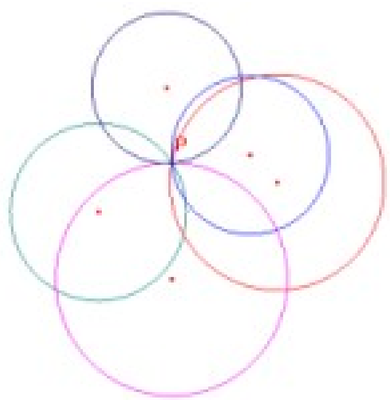
Si dice angolo alla circonferenza un angolo il cui vertice è un punto della circonferenza. I suoi lati intersecano la circonferenza in due punti che sono gli estremi dell'arco corrispondente.



I vertici degli angoli alla circonferenza che insistono sull'arco AB si trovano sull'arco BA e sono punti compresi B e A, B e A inclusi.

Gli angoli BCA, BDA, BEA sono angoli alla circonferenza che insistono sull'arco minore AB, ma sono inscritti nell'arco maggiore BA. Tutti gli angoli alla circonferenza che insistono sullo stesso arco sono congruenti fra loro e sono la metà dell'angolo al centro corrispondenti.
Se l'angolo BCA=40° allora BAO=80°

8. CIRCONFERENZE PASSANTI PER UN PUNTO



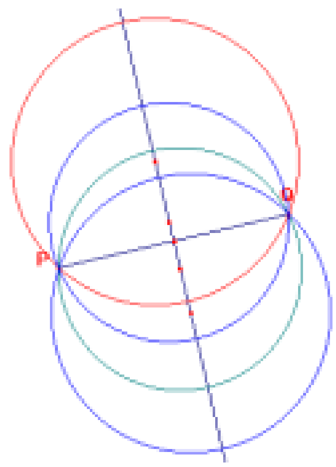
Da un punto P sul piano posso disegnare infinite circonferenze che con centro diverso passano per il punto dato.

Per un punto sul piano passano infinite circonferenze aventi centro e raggio qualsiasi.

9. CIRCONFERENZE PASSANTI PER DUE PUNTI

Dati due punti P e Q posso disegnare infinite circonferenze aventi raggio diverso, ma i centri devono appartenere all'asse del segmento PQ.

Per due punti sul piano passano infinite circonferenze aventi il centro sull'asse del segmento che unisce i due punti.

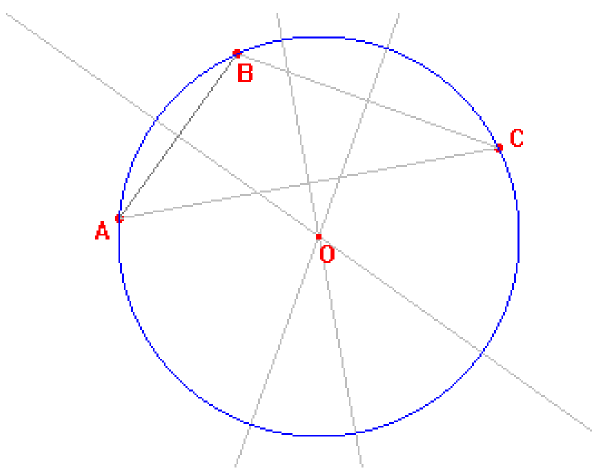


10. CIRCONFERENZE PASSANTI PER TRE PUNTI NON ALLINEATI

Per tre punti non allineati passa una ed una sola circonferenza il cui centro è il punto di intersezione dei tre assi relativi ai segmenti che uniscono a due a due i tre punti dati.

Procedimento

1. *Disegnare i tre punti*
2. *Unire i punti a due a due*
3. *Tracciare l'asse di ciascun segmento*
4. *Individuare il punto O*
5. *Tracciare la circonferenza di centro O*



11. LUNGHEZZA CIRCONFERENZA

C = Lunghezza circonferenza
r = raggio

2r = diametro

π= 3,14 (pi greco)

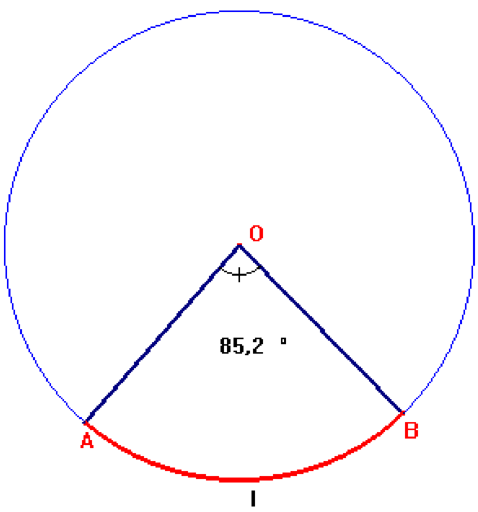
La lunghezza della circonferenza è uguale 6,28 volte il raggio.

C= 2πr da cui **r= C : 2π**

Animazione

12. LUNGHEZZA ARCO

In una stessa circonferenza la lunghezza di un arco è direttamente proporzionale all'ampiezza dell'angolo al centro corrispondente



α= *ampiezza arco*
l= *lunghezza arco*
C= *Circonferenza*

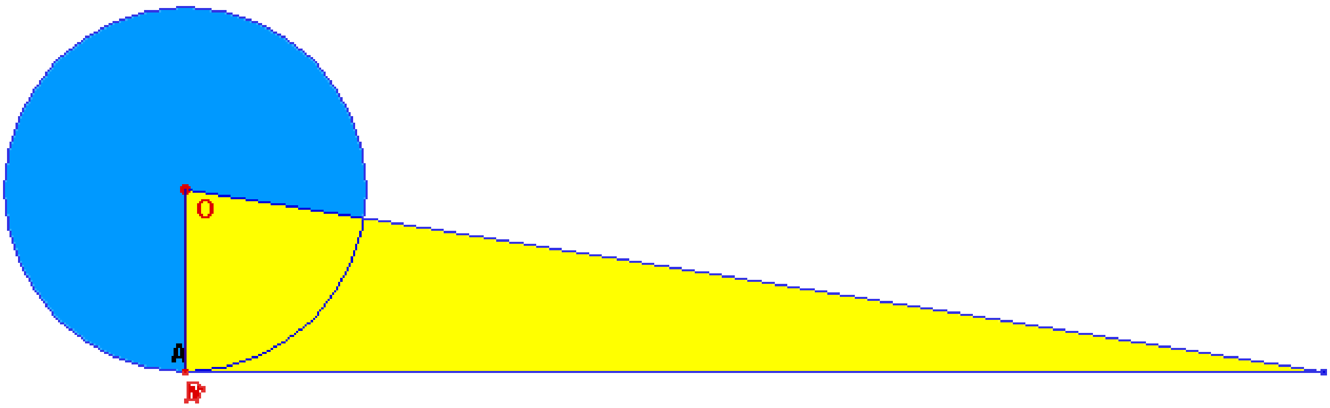
$$\alpha : l = 360 : C$$

$$l = \frac{\alpha}{360} C$$

$$C = \frac{360 l}{\alpha}$$

$$\alpha = \frac{360 l}{C}$$

13. AREA DEL CERCHIO



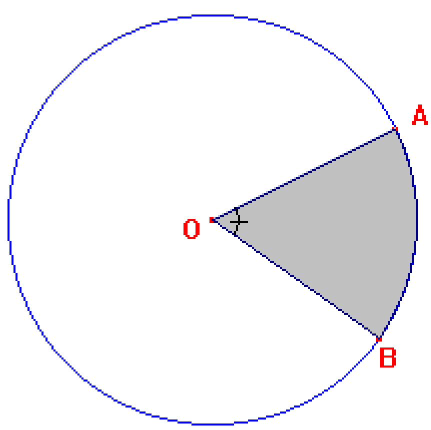
Un cerchio è equivalente (ha la stessa area) a un triangolo che ha la base uguale alla circonferenza e l'altezza uguale al raggio.

$$A=\pi r^2 \qquad r=\sqrt{\frac{A}{\pi}}$$

14. SETTORE CIRCOLARE

Il settore circolare è una parte di cerchio delimitata da due raggi.

As= Area settore
A= Area cerchio
α= ampiezza settore
l= lunghezza arco



As : A=α : 360

$$As = \frac{\alpha \cdot A}{360}$$

$$A = \frac{As \cdot 360}{\alpha}$$

$$\alpha = \frac{As \cdot 360}{A}$$

As : A = l : C

$$As = \frac{A \cdot l}{C} = \frac{\pi . r^2 \cdot l}{2\pi r} = \frac{r \cdot l}{2}$$

$$As = \frac{r \cdot l}{2}$$